

定在波解からの波動関数の導出

2014/8/18

長井鉄也

全ての物質やエネルギーは粒子と波動の二重性を持ち、粒子的な性質と波動的な性質の両方を持つ。

このことはハイゼンベルクの不確定性原理と深く関わっている。

物質やエネルギーを粒子と考えようとすると、その位置をより正確に決定する程、その運動量を正確に知ることができなくなり、逆に運動量を正確に決定するほど、その位置を正確に知ることができなくなる。

ド・ブロイとボームは粒子と波動の二重性を説明するためにパイロット波を提案したが現在では一般にあまり受け入れられていない。

私は不確定性を持った電場の定在波の塊が存在し、それをマクロで観察すればあたかも電荷や質量を持った粒子が存在するように観測されると同時に波動としての性質を合わせ持つ可能性があるのではないかと考えた。

ところが今までにこのような考えを提唱する科学者や議論された形跡は私が調べたところでは見当たらない。

何か決定的な問題点があるのだろうか？ そこで次のようなケーススタディを行い、どのような問題点が発生するのか確認してみることにした。

高エネルギー中では真空はずかには非線形性をもっているとし、その中に縦波の電界の定在波があるとしその振幅は中心で最大となり周辺に行くにしたがって減衰し無限遠ではゼロであるとする。

線系性による散逸と非線形性による求心加速度が釣り合っ平衡状態を保つような非線形波動方程式の定在波解になっている。

そしてこの定在波は不確定性を持っているとするとそこから不確定性を持った波動関数が得られることが確認できた。

しかしこのことが物理的に意味を持ち仮説と言えるレベルに達するにはまだ多くの問題に答えなければならない。新たに発生する諸問題についても考察した。

目次

	頁
第 1 章 研究の背景と目的	1
第 2 章 不確定性を持つ定在波	2
第 3 章 波動関数の導出と検証	5
第 4 章 問題点と考察	12
[付録 1] 光速と質量の関係	16
[付録 2] 非線形波動方程式の定在波解	20

第1章 研究の背景と目的

全ての物質やエネルギーは粒子と波動の二重性を持ち、粒子的な性質と波動的な性質の両方を持つ。

このことはハイゼンベルクの不確定性原理と深く関わっている。

物質やエネルギーを粒子と考えようとすると、その位置をより正確に決定する程、その運動量を正確に知ることができなくなり、逆に運動量を正確に決定するほど、その位置を正確に知ることができなくなる。

アラン・アスペらによりベルの不等式の破れが検証されたことで量子力学に特徴的な確率的な性質は「隠れた変数理論」では説明できないことがすでに明らかになっている。

確かに不確定性を持たない隠れた変数からはそれが局所性を持つ持たないに関わらず不確定性を持った波動関数を導出することはできない。

しかし不確定性を持った未知の変数の中にはそこから不確定性をもった波動関数を導出することができるものが存在するのではないかと私は考えた。

ところが今までにこのような考えを提唱する科学者や議論された形跡は私が調べたところでは見当たらない。

何か決定的な問題点があるのだろうか？　そこで不確定性を持った電場の定在波についてケーススタディーを行い、不確定性を持った波動関数を導出できるか否かについて明らかにすることを目的に検証を行った。

また、このような定在波が物理的に意味を持つと言えるまでにどのような問題点があるのか、その問題点を客観的に見極めることを目的に考察した。

第2章 不確定性を持つ定在波

次のような定在波を考えることにする。

高エネルギー中では真空はわずかに非線形性をもっているとし、その中に縦波の電界の定在波があるとしその振幅は中心で最大となり周辺に行くにしたがって減衰し無限遠ではゼロであるとする。

線系性による散逸と非線形性による求心加速度が釣り合っって平衡状態を保つような非線形波動方程式の定在波解になっている。

そしてこの定在波解の周囲での光の曲がり具合から重力質量が求められ、[付録1]その重力質量はコンプトン波長の逆数に比例し振動数に比例する。[付録2]

この定在波の中心付近で振幅が一定と近似できる領域を考える。

$E_R(t, x, \theta_i)$ を電界強度とし x 方向成分だけを持つ縦波とし以下のように不確定性をもって各位相成分が重なり合っているとする。

$$E_R(t, x, \theta_i) = \int_{\theta=0}^{2\pi} \langle E_a(\theta_i + \Delta\theta) \rangle \cos(\omega t + \Delta\theta) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) d\Delta\theta \quad (1)$$

ただし $E_a(\)$ は単位位相角当たりの電界強度密度の振幅

θ_i は着目または観測している位相角とする。

$E_R(t, x, \theta_i)$ はマックスウェル方程式に従うが同時に以下のような不確定性も持つとする。

E_0 を正の実数とし

$$|E_a(\theta)| = E_0 \quad (2)$$

$$E_a(\theta) = \left\{ \begin{array}{l} -E_0 \\ or \\ +E_0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

θ を着目または観測している時 $E_a(\theta)$ は確定し E_0 または $-E_0$ の値を持つがこのとき偏差 $\Delta\theta$ ずれた点の成分である $E_a(\theta + \Delta\theta)$ は不確定となり確率的になるとしその期待値は以下の値になるとする。

$$\langle E_a(\theta + \Delta\theta) \rangle = E_a(\theta) \cos(\Delta\theta) \quad (4)$$

したがって

$$\begin{aligned} E_R(t, x, \theta_t) &= \int_{\theta=0}^{2\pi} \langle E_a(\theta_t + \Delta\theta) \rangle \cos(\omega t + \Delta\theta) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) d\Delta\theta \\ &= \int_{\theta=0}^{2\pi} E_a(\theta_t) \cos(\Delta\theta) (\cos(\omega t) \cos(\Delta\theta) - \sin(\omega t) \sin(\Delta\theta)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) d\Delta\theta \\ &= \int_{\theta=0}^{2\pi} E_a(\theta_t) \cos^2(\Delta\theta) (\cos(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) d\Delta\theta \\ &= \pi E_a(\theta_t) (\cos(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \quad (5) \end{aligned}$$

$E_a(\theta_t) = +E_0$ になるような θ_t を一つ選択すると

$$E_R(t, x, \theta_t) = \pi E_0 (\cos(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \quad (6)$$

電界強度の確定分を実数とし不確定分を虚数とした複素数で表現したものを $E(t, x, \theta_t)$ とすると

$$\begin{aligned} E(t, x, \theta_t) &= E_R(t, x, \theta_t) + i \int_{\theta=0}^{2\pi} \langle E_a(\theta_t + \Delta\theta) \rangle \sin(\omega t + \Delta\theta) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) d\Delta\theta \\ &= E_R(t, x, \theta_t) + i \int_{\theta=0}^{2\pi} E_a(\theta_t) \cos(\Delta\theta) (\sin(\omega t) \cos(\Delta\theta) + \cos(\omega t) \sin(\Delta\theta)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) d\Delta\theta \\ &= \pi E_0 (\cos(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) + i \pi E_0 (\sin(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \\ &= \pi E_0 (\exp(i(\omega t))) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \quad (7) \end{aligned}$$

$E(t, x, \theta_t)$ の絶対値を求めると

$$\begin{aligned} |E(t, x, \theta_t)| &= E(t, x, \theta_t)E^*(t, x, \theta_t) \\ &= \left(\pi E_0 (\cos(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \right)^2 + \left(\pi E_0 (\sin(\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \right)^2 \\ &= \left(\pi E_0 \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \right)^2 \quad (8) \end{aligned}$$

となって $E(t, x, \theta_t)$ の絶対値は時間とともに変化しない。

通常、不確定性がない時は振動する電場の絶対値は時間とともに変動しその角周波数は 2ω になるが $E(t, x, \theta_t)$ は不確定性を持っているので一定になる。

この定在波はマクロで見ると一か所に留まって静止しているがこれとは別に速度 v で x 方向に移動している定在波 $E'(t', x', \theta_t)$ もあるとし、その速度で移動する運動系を t', x' とする。

$$E'(t', x', \theta_t) = \pi E'_0 (\exp(i\omega t')) \cos\left(\frac{\omega x'}{c}\right) \quad (9)$$

$$\text{ただし } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

第3章 波動関数の導出と検証

運動している定在波と静止している定在波が接近すると共通の位相角 θ がひとつ選択され、相互作用を起こし、互いの粒子に加速度を発生させると考える。

前述の着目または観測しているという言葉は人為的なものではなく、この相互作用における位相の選択のことを意味する。

ここで新たに $\psi(t, x)$ を複素数とする。

$\psi^2(t, x)$ は相互作用の発生確率とし、静止系の電界強度と運動系の電界強度の内積の2乗に比例するとし、その係数を k とする。

相互作用の発生確率には観測分解能があるとし

T を時間の分解能とし

$$\frac{1}{\omega} \ll \frac{c}{v\omega} \ll T \ll \frac{c^2}{v^2\omega}$$

L を距離の分解能とし

$$\frac{c}{\omega} \ll L \ll \frac{c^2}{v\omega} \ll \frac{c^3}{v^2\omega}$$

とする。

$c^2 \gg v^2$ とし

$$(\gamma - 1) = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^4}{2c^4}} = 1 - \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) = \frac{v^2}{2c^2} \quad (10)$$

とすると

$$\begin{aligned} \psi^2(t, x) &= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(E(t, x, \theta_t) E'(t', x', \theta_t)^* \right)^2 dt dx \\ &= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(E(t, x, \theta_t) E'(t', x', \theta_t)^* \right)^2 dt dx \\ &= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\pi E_0 (\exp(i\omega t)) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \pi E'_0 (\exp(-i\omega t')) \cos\left(\frac{\omega x'}{c}\right) \right)^2 dt dx \\ &= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\pi^2 E_0 E'_0 (\exp(i(\omega t - \omega t'))) \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega x'}{c}\right) \right)^2 dt dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\pi^2 E_0 E_0' (\cos(\omega t - \omega t') + i \sin(\omega t - \omega t')) \right)^2 \\
&\quad \left(\cos\left(\frac{\omega x}{c} - \frac{\omega x'}{c}\right) + \cos\left(\frac{\omega x}{c} + \frac{\omega x'}{c}\right) \right) dt dx \\
&= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos\left(\omega t - \omega \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2}\right)\right) + i \sin\left(\omega t - \omega \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2}\right)\right) \right) \right)^2 \\
&\quad \left(\cos\left(\frac{\omega x}{c} - \frac{\omega}{c} \gamma (x - vt)\right) + \cos\left(\frac{\omega x}{c} + \frac{\omega}{c} \gamma (x - vt)\right) \right) dt dx \\
&= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos\left(\omega t(1 - \gamma) + \omega \gamma \frac{vx}{c^2}\right) + i \sin\left(\omega t(1 - \gamma) + \omega \gamma \frac{vx}{c^2}\right) \right) \right)^2 \\
&\quad \left(\cos\left(\frac{\omega x}{c}(1 - \gamma) + \frac{\omega}{c} \gamma vt\right) + \cos\left(\frac{\omega x}{c}(1 + \gamma) - \frac{\omega}{c} \gamma vt\right) \right) dt dx \\
&= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos\left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right) + \omega \frac{vx}{c^2}\right) + i \sin\left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right) + \omega \frac{vx}{c^2}\right) \right) \right)^2 \\
&\quad \left(\cos\left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right) + \frac{\omega}{c} vt\right) + \cos\left(\frac{\omega x}{c} 2 - \frac{\omega}{c} vt\right) \right) dt dx \\
&= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos\left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right) + \omega \frac{vx}{c^2}\right) + i \sin\left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right) + \omega \frac{vx}{c^2}\right) \right) \right)^2 \right. \\
&\quad \left. \left(\cos\left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right)\right) \cos\left(\frac{\omega}{c} vt\right) - \sin\left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2}\right)\right) \sin\left(\frac{\omega}{c} vt\right) \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\cos\left(\frac{\omega x}{c} 2\right) \cos\left(\frac{\omega}{c} vt\right) + \sin\left(\frac{\omega x}{c} 2\right) \sin\left(\frac{\omega}{c} vt\right) \right)^2 \right) dt dx
\end{aligned}$$

$$= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\begin{array}{l} \left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) + i \sin \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) \right) \right)^2 \\ \left(\begin{array}{l} \cos^2 \left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) \right) \cos^2 \left(\frac{\omega}{c} vt \right) + \sin^2 \left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) \right) \sin^2 \left(\frac{\omega}{c} vt \right) \\ - 2 \cos \left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) \right) \cos \left(\frac{\omega}{c} vt \right) \sin \left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) \right) \sin \left(\frac{\omega}{c} vt \right) \end{array} \right) \\ + \left(\begin{array}{l} \cos^2 \left(\frac{\omega x}{c} 2 \right) \cos^2 \left(\frac{\omega}{c} vt \right) + \sin^2 \left(\frac{\omega x}{c} 2 \right) \sin^2 \left(\frac{\omega}{c} vt \right) \\ + 2 \cos \left(\frac{\omega x}{c} 2 \right) \cos \left(\frac{\omega}{c} vt \right) \sin \left(\frac{\omega x}{c} 2 \right) \sin \left(\frac{\omega}{c} vt \right) \end{array} \right) \end{array} \right) dt dx$$

$$= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\begin{array}{l} \left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) + i \sin \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) \right) \right)^2 \\ \left(\begin{array}{l} \cos^2 \left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) \right) \frac{1}{2} + \sin^2 \left(\frac{\omega x}{c} \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) \right) \frac{1}{2} \\ + \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) \end{array} \right) \end{array} \right) dt dx$$

$$= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\begin{array}{l} \left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) + i \sin \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) \right) \right)^2 \\ \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ + \frac{1}{2} \end{array} \right) \end{array} \right) dt dx$$

$$= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\left(\pi^2 E_0 E_0' \left(\cos \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) + i \sin \left(\omega t \left(-\frac{v^2}{2c^2} \right) + \omega \frac{vx}{c^2} \right) \right) \right)^2 \right) dt dx$$

$$= k \frac{1}{L} \int_{x=0}^L \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \left(\left(\pi^2 E_0 E_0' (\cos(\omega t - \omega t') + i \sin(\omega t - \omega t')) \right)^2 \right) dt dx$$

$$= k \left(\pi^2 E_0 E_0' (\cos(\omega t - \omega t') + i \sin(\omega t - \omega t')) \right)^2$$

$$= k(\pi^2 E_0 E'_0 \exp(i(\omega t - \omega' t)))^2 \quad (11)$$

したがって

$$\psi(t, x) = \pm \sqrt{k} \pi^2 E_0 E'_0 \exp(i(\omega t - \omega' t)) \quad (12)$$

一般的に $\psi^2(t, x)$ は存在確率とされているが運動する粒子の存在は静止する粒子と相互作用したときにのみ判明するので、もしもその場所に静止粒子が存在すれば相互作用を発生させる確率と考えることにする。

運動する粒子が障害物のない空間を移動しているとき E'_0 は x に依存せず一定となるが

二重スリットを通りぬけた場合は干渉の結果として E'_0 が x に依存して変化する。

ここで運動する粒子が障害物のない空間を移動していて E'_0 は x に依存せず一定となるケースについて考える。

$\text{angle}(\psi(t, x))$ を複素数である $\psi(t, x)$ の実部と虚部で決まる角度とする。

$$\text{angle}(\psi(t, x)) = \omega' t - \omega t \quad (13)$$

とするとローレンツ変換により

$$\text{angle}(\psi(t, x)) = \omega \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) - \omega t = \omega \left((\gamma - 1)t - \gamma \frac{vx}{c^2} \right) \quad (14)$$

となる。

ψ_0 を定数とし

$$\psi_0 = \pm \sqrt{k} \pi^2 E_0 E'_0 \text{ とすると}$$

$$\psi(t, x) = \pm \sqrt{k} \pi^2 E_0 E'_0 \exp(i(\omega t - \omega' t))$$

$$= \psi_0 e^{x \left(p - i \left(\omega \left((\gamma - 1)t - \gamma \frac{vx}{c^2} \right) \right) \right)} \quad (15)$$

となる。

定在波の角周波数 ω は重力質量 m に比例し [付録 2]

$$\omega = \frac{mc^2}{\hbar} \quad (16)$$

になるとする。ただし c は光速、 \hbar はプランク定数。

$$v^2 \ll c^2 \quad (17)$$

とすると

$$\begin{aligned} \omega(\gamma - 1) &= \omega \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = \omega \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \omega \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^4}{4c^4}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \\ &= \omega \left(\frac{1 - \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right)^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \frac{mc^2}{\hbar} \left(\frac{v^2}{2c^2} \right) = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{mv^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

となる。

ポテンシャルはないとし E_g を運動エネルギー、 p を運動量とし

$$E_g = \frac{mv^2}{2} \quad (19)$$

$$p = mv \quad (20)$$

とすると

$$\begin{aligned} \psi(t, x) &= \psi_0 \exp \left(-i \left(\omega \left((\gamma - 1)t - \gamma \frac{vx}{c^2} \right) \right) \right) \\ &= \psi_0 \exp \left(-i \left(\frac{1}{\hbar} \left(\frac{mv^2}{2} \right) t - \frac{mv}{\hbar} x \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \psi_0 \exp\left(\frac{-i}{\hbar}\left(\left(\frac{mv^2}{2}\right)t - mvx\right)\right) \\
&= \psi_0 \exp\left(\frac{-i}{\hbar}(E_s t - px)\right) \quad (21)
\end{aligned}$$

となって位相の勾配は運動量に比例し位相の時間変化は運動エネルギーに比例する。

$\psi(t, x)$ を x で微分すると

$$\frac{\partial \psi(t, x)}{\partial x} = \frac{-ip}{\hbar} \psi_0 \exp\left(\frac{-i}{\hbar}(E_s t - px)\right) \quad (22)$$

もう一度 x で微分すると

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} &= -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi(t, x) \\
&= -\frac{m^2 v^2}{\hbar^2} \psi(t, x) \quad (23)
\end{aligned}$$

$\psi(t, x)$ を t で微分すると

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi(t, x)}{\partial t} &= \frac{-iE_s}{\hbar} \psi_0 \exp\left(\frac{-i}{\hbar}(E_s t - px)\right) \\
&= \frac{-i}{\hbar} E_s \psi(t, x) \\
&= \frac{-i}{\hbar} \frac{mv^2}{2} \psi(t, x) \quad (24)
\end{aligned}$$

したがって

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t,x)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t,x)}{\partial x^2} \quad (25)$$

となってシュレーディンガー方程式と一致する。

以上により不確定性を持った電場の定在波から得られた $\psi(t,x)$ はシュレーディンガー方程式を満たすことから波動関数であると言える。

このことから前提条件付きであるが不確定性を持った電場の定在波から波動関数が得られたと言える。

第4章 問題点と考察

前章でいくつかの前提条件はあるものの不確定性を持った電場の定在波から不確定性を持った波動関数が得られることが分かった。

しかしこのことが物理的に意味を持ち仮説と言えるレベルに達するにはまだ多くの問題に答えなければならない。

問題点1 不確定性とマックスウェル方程式の両立

定在波はマックスウェル方程式に従うが同時に不確定性も持つことはひとつの前提条件でもある。

定在波は近接する電界強度どうしが確定しているため近接作用としてのマックスウェル方程式には影響がないのではないだろうか？

このことは今後明らかにする必要がある。

問題点2 慣性質量

定在波の振動数は光速をコンプトン波長で割ったもので mc^2 で表されるエネルギーに比例する。このときの m は重力質量なので振動数は重力質量に比例することは確かめることが出来た。

しかし振動数と重力質量とが比例するだけでなく振動数と慣性質量についても比例することを説明する必要がある。

これについては非線形波動方程式の解を求めて重力や電磁力が粒子に作用して発生する加速度が理論値と一致することを説明しなければならない。

このときポテンシャルの存在する場でのシュレーディンガー方程式も説明する必要がある。

問題点3 相互作用を発生する確率

相互作用が発生する確率が静止系の電界強度と運動系の電界強度の内積の2乗に比例するという前提条件が満たされることを説明する必要がある。

移動する粒子と静止する粒子との間に非線形性による干渉作用が働いて互いの粒子に加速度を発生させるのではないだろうか？ この作用が発生する確率が静止系の電界強度と運動系の電界強度の内積の2乗に比例するのではないかと現在考えているがこのことを非線形波動方程式の解として明確に説明する必要がある。

問題点4 電荷と磁気

電子や陽子は素電荷を持ち磁気モーメントや慣性モーメントがあるがこれらを説明出来るモデルを考えて g 因子や微細構造定数の意味を説明する必要がある。

縦波の電場の定在波はプラスとマイナスの電荷密度が交互に並んだものになっているが周辺に行くにしたがって電荷量は減少していく。

プラスの絶対値の総量とマイナスの絶対値の総量はほぼ同一だがどちらかを中心に置くともう一方の中心からの平均距離はわずかに大きくなるので周辺にあるほうの絶対値の総量はわずかに小さくなる。

電荷の極性は振動しプラスとマイナスが入れ替わるがその角周波数の半分の角周波数で回転もしているとするとそれを横から見ればたとえばマイナスの電荷が中心にあり続けるとプラスの電荷は周辺にあり続ける。これによりこの場合はわずかに差引きマイナスの電荷の総量を持つ。このことで素電荷が発生するのではないかと考えて検証している。

問題点5 電磁エネルギーの定義

電磁エネルギーの定義をミクロの定在波に適用すると周辺部でのエネルギー密度の減衰が弱いためエネルギーの総量が無限大になる。電磁エネルギーは荷電粒子の運動によってのみ観測されるので電磁エネルギー定義はマクロで不確定性のない状況にのみ適用すべきなのかもしれない。このことも今後明らかにしたい。

問題点6 真空の非線形性

一般に真空の光速は不変とされ電磁気現象は真空中では線形であるとされている。しかし現在の技術で実現できないほど非常に強い電界や磁界のあるところではわずかに非線形があったとしても現実と矛盾しないのではないだろうか？

このことを前提に[付録2]「非線形波動方程式の定在波解」のように非線形効果による定在波が発生すると考えたが果たしてそのような非線形性は現実により得るのか検証する必要がある。

問題点7 一般相対論との整合

[付録1]「光速と質量の関係」は光速が変化し時空は歪まないとして重力を表現したが一般相対論では光速は一定で時空が歪むとしている。両者は互いに同じことを異なる座標で表現しただけで互いに座標変換が可能なのではないかと考えているがこのことを説明する必要がある。

問題点8 二重スリット

二重スリットを通りぬけた定在波は波動の干渉作用により強めあう成分と弱めあう成分とに分かれることになる。これにより導かれる結果と二重スリット観測結果とが一致することを説明する必要がある。

問題点9 非線形性とローレンツ変換

電場の波動方程式に非線形性が加わることで変形されてローレンツ不変性が成り立っていないのにローレンツ変換を用いることをどう正当化できるかという問題を説明する必要がある。

これには電場の波動方程式は非線形性のために変形するが振動数に比べて非常に微小な量であり電場の振幅の変化は1波長に比べれば非常に大きなスケールで起きるのでローレンツ不変性は成り立つと考えているがこのことを厳密に説明する必要がある。

問題点10 波動の重ね合わせ

非線形波動では波の干渉に必要な重ね合わせをどう正当化するかという問題を説明する必要がある。

問題点9と同様に電場の振幅の変化は1波長に比べれば非常に大きなスケールで起きるので1波長のスケールで見れば重ね合わせが出来ると考えているがこれについても厳密に説明する必要がある。

問題点11 ベルの不等式の破れ

スピンの実態を説明出来るモデルを考えてベルの不等式の破れを説明する必要がある。

問題点 12 不確定性の本質

不確定性を持たない物理量が振動するとき、その絶対値は時間とともに変動するが不確定性を持つ変数の絶対値は一定となる。

これは確定量の振幅が減少するとき不確定量の振幅がそれを補うように増加する。

これにより不確定性を持つ変数の絶対値は不確定性を持たない変数の絶対値よりも大きいことになり分散を発生させる。

この性質が様々な交換関係と深く関わっているのではないだろうか？

電磁波の振動によってできる自己相関が確定量を決定し交換関係を発生し、それ以外は不確定性原理に従ってすべて不確定となっているのではないだろうか？

もともと全ての電場は不確定で相関のないノイズの集合であったのが非線形性による相関によってエントロピーが減少し、物質に進化した可能性はないだろうか？

このことは本質的で重要な課題としてとらえ、良く検討する必要がある。

これ以外にも新たな問題が見つかる可能性もあり問題を克服出来なくなる可能性もあるが、例えそうなったとしても問題点を客観的に見極めるという当初の目的を果たせるので検証を行ったことの意義がその時点で失われることはないと考えている。

しかし、出来ればこれらの問題を克服して仮説として完成させたいと考えている。

[付録 1]

光速と質量の関係

重力下で光が曲がるのが観測されている。

質点 m から距離 b 離れて光が通過するときの光の曲がりを φ とすると

一般相対論より

$$\varphi = \frac{4Gm}{bc^2} \quad (1)$$

ただし c は真空中の光速、 G は万有引力定数

一般相対論ではこの光の曲がりは空間の歪みによるものと説明しているが空間の歪みの代わりに真空中の光速が場所によって変化していることでもこの光の曲がりを説明できないだろうか？

そこで歪みのない時空座標を使って光が曲がることの説明を以下のように試みることにする。

c^2 のラプラシアンは総量は質量に比例し、以下の関係を持つとする。

$$\int_v \nabla^2 c^2 dv = km \quad (2)$$

ただし k は定数、 c は真空中の光速

$$\text{grad}(c^2) = \nabla c^2 = \frac{\int_v \nabla^2 c^2 dv}{4\pi|r|^2} \frac{r}{|r|} = \frac{kmr}{4\pi|r|^3} \quad (3)$$

x を光の進行方向とし光は y 軸上で距離 b だけ質点から離れたところを通るとする。(図 1)

$r = [x, y]$ をベクトルとする。

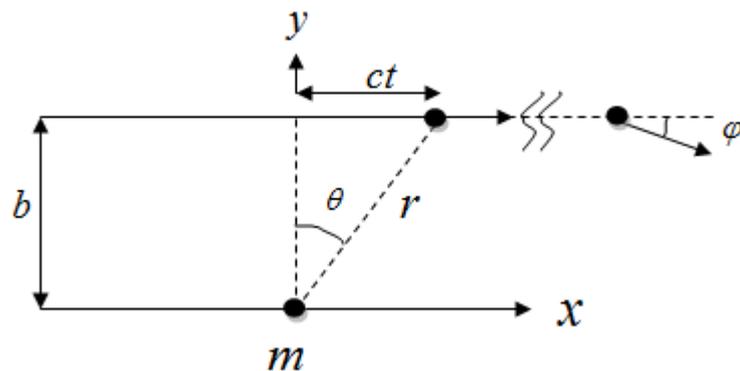


図 1 重力下での光の曲がり

$$x = ct \quad (4)$$

$$|r| = \sqrt{b^2 + c^2 t^2} \quad (5)$$

θ を y 軸と r のなす角度とする。

$$\cos(\theta) = \frac{b}{|r|} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 t^2}} \quad (6)$$

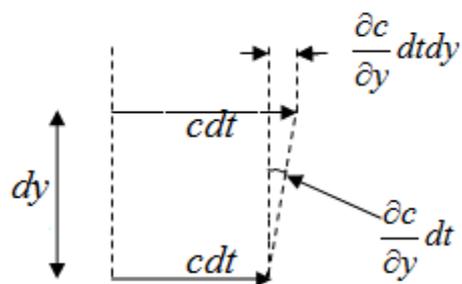


図 2 微小時間における光の曲がり

$$\frac{\partial c^2}{\partial y} = 2c \frac{\partial c}{\partial y} = 2c_0 \frac{\partial c}{\partial y} \quad (7)$$

c_0 は真空中の光速の標準値 $|c_0 - c| \ll c_0$

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2c_0} \frac{\partial c^2}{\partial y} \quad (8)$$

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2c_0} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2c_0} \text{grad}(c^2) \cdot \frac{y}{|y|} = \frac{1}{2c_0} \frac{km}{4\pi|r|^2} \cos(\theta) \quad (9)$$

図 2 より

$$\begin{aligned} \varphi &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial c}{\partial y} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2c_0} \frac{km}{4\pi(b^2 + c^2 t^2)} \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 t^2}} dt \\ &= \frac{1}{2c_0} \frac{km}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b}{(b^2 + c^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} dt = \frac{km}{4\pi b c_0^2} \end{aligned} \quad (10)$$

(1) (10) から

$$k = 16\pi G \quad (11)$$

(2) (11) から

$$\int_v \nabla^2 c^2 dv = 16\pi G m \quad (12)$$

となって c^2 のラプラシアン の総量は質量に比例することから光速と質量の間には一定の関係があると考えられる。

また光速と重力の関係についても (3) と (11) から

$$\text{grad}(c^2) = \frac{kmr}{4\pi|r|^3} = \frac{16\pi Gmr}{4\pi|r|^3} = \frac{4Gmr}{|r|^3} \quad (13)$$

万有引力の法則から g を重力加速度ベクトルとすると

$$g = -\frac{Gmr}{|r|^3} \quad (14)$$

(13) (14) より

$$\text{grad}(c^2) = -4g \quad (15)$$

となって c^2 の勾配は重力加速度の 4 倍で向きは逆となる。

[付録 2]

非線形波動方程式の定在波解

[振動数が質量に比例する条件]

量子力学より粒子の持つエネルギーは

$$E = h\nu$$

ただしここでは E はエネルギー h はプランク定数 ν は振動数
特殊相対論より

$$E = mc^2$$

ただし m は質量 c は光速
以上より

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

となって質量は振動数に比例する。

[付録 1] 「光速と質量の関係」から質量は $\nabla^2 c^2$ の体積積分に比例すると推測できる。

もしも荷電粒子の固有振動数に共振した定在波が荷電粒子の周辺にあってその定在波の持つ $\nabla^2 c^2$ の体積積分が振動数に比例するような解があれば以上のことを説明できる可能性がある。

そこで次のような定在波解を考える。

$$E = f(x, y, z) \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \quad (1)$$

ただしこれ以降 E は電界強度

$f(x, y, z)$ は (x, y, z) の関数

ω は固有角周波数

c_0 は一般に真空中の光速と呼ばれる定数

c を光速とし真空中で現在の測定精度以下の範囲で電界強度に依存して変化するとし

$$c^2 = c_0^2 - k_c E^p \quad (2)$$

$$c_0^2 \gg |k_c E^p| \quad (2a)$$

とする。

ただし k_c, p は定数

以下の波動方程式が適用できるとする。

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E \quad (3)$$

(1) と (3) 左辺より

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(f(x, y, z) (-\omega) \sin(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \\ &= f(x, y, z) (-\omega^2) \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \end{aligned} \quad (4)$$

(1) と (3) 右辺より

$$\begin{aligned} c^2 \nabla^2 E &= c^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) + f(x, y, z) \cos(\omega t) \left(-\frac{\omega}{c_0}\right) \sin\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \\ &\quad + c^2 \left(\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \\ &\quad + c^2 \left(\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \\ &= c^2 \left(\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \cos(\omega t) \left(-\frac{\omega}{c_0}\right) \sin\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) + f(x, y, z) \cos(\omega t) \left(-\frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c^2 \left(\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) + c^2 \left(\frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \\
& = c^2 \left(\begin{aligned} & \nabla^2 f(x, y, z) \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \\ & + 2 \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \cos(\omega t) \left(-\frac{\omega}{c_0}\right) \sin\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \\ & + f(x, y, z) \cos(\omega t) \left(-\frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \end{aligned} \right)
\end{aligned}$$

(5)

t と x についてフーリエ変換を行い $\cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right)$ 項を取り出すと

(4) 式より

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) dx dt \\
& = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} f(x, y, z) (-\omega^2) \cos^2(\omega t) \cos^2\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) dx dt = -\omega^2 f(x, y, z)
\end{aligned}$$

(6)

(2) (5) 式より

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} c^2 \nabla^2 E \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) dx dt \\
& = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} \left(c_0^2 - k_c E^p \right) \left(\begin{aligned} & \nabla^2 f(x, y, z) \cos^2(\omega t) \cos^2\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \\ & + f(x, y, z) \cos(\omega t)^2 \left(-\frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \cos^2\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \end{aligned} \right) dx dt
\end{aligned}$$

$$= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} \left(c_0^2 \nabla^2 f(x, y, z) \cos^2(\omega t) \cos^2\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) + f(x, y, z) \cos^2(\omega t) \left(-\frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \cos^2\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) dx dt$$

$$+ \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} \left(-k_c f^p(x, y, z) \cos^p(\omega t) \cos^p\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) \left(f(x, y, z) \cos^2(\omega t) \left(-\frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \cos^2\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) dx dt$$

$$= c_0^2 \nabla^2 f(x, y, z) - \omega^2 f(x, y, z) - k_c f^{p+1}(x, y, z) \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^{p+2}(\theta) d\theta \right)^2 \quad (7)$$

したがって

$$\nabla^2 f(x, y, z) = -k_c \frac{\omega^2}{c_0^4} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^{p+2}(\theta) d\theta \right)^2 f^{p+1}(x, y, z) \quad (8)$$

k_L を定数とし

$$k_L = k_c \frac{1}{c_0^4} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^{p+2}(\theta) d\theta \right)^2 \quad (9)$$

とすると (8) (9) より

$$\nabla^2 f(x, y, z) = -k_L \omega^2 f^{p+1}(x, y, z) \quad (10)$$

となって $f(x, y, z)$ のラプラシアンは振動数の 2 乗と $f(x, y, z)$ の $p+1$ 乗の積に比例する。

ここで極座標系において $f(x, y, z)$ を半径と角周波数で正規化できる条件を求めらる。

r_0 を基準半径とし

$$r_0 = \frac{1}{\omega^n} \quad \text{とする} \quad (11)$$

R を正規化された半径とし

$$R = \frac{r}{r_0} \quad (12)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (13) \quad \text{とする。}$$

$f(r, \omega) = f(x, y, z, \omega)$ と表現する。

$F(R)$ を正規化された $f(r, \omega)$ とし

$$F(R) = \frac{f(r, \omega)}{\omega^l} \quad (14)$$

とする。

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(r, \omega) &= \frac{2}{r} \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} + \frac{\partial^2 f(r, \omega)}{\partial r^2} = \frac{2\omega^n}{R} \omega^n \frac{\partial(\omega^l F(R))}{\partial R} + \omega^{2n} \frac{\partial^2(\omega^l F(R))}{\partial R^2} \\ &= 2\omega^{2n+l} \frac{\partial F(R)}{\partial R} + \omega^{2n+l} \frac{\partial^2 F(R)}{\partial R^2} \quad (15) \end{aligned}$$

(10) (14) より

$$\nabla^2 f(r, \omega) = -k_L \omega^2 f^{p+1}(r, \omega) = -k_L \omega^2 \omega^{pl+l} F^{p+1}(R) = -k_L \omega^{pl+l+2} F^{p+1}(R) \quad (16)$$

(15) (16) より

$$-k_L \omega^{pl+l+2} F^{p+1}(R) = 2\omega^{2n+l} \frac{\partial F(R)}{\partial R} + \omega^{2n+l} \frac{\partial^2 F(R)}{\partial R^2} \quad (17)$$

正規化ができるとすればこの式が ω に依存しない条件として

$$pl+l+2 = 2n+l \quad (18)$$

が成立する必要がある。
したがって

$$pl+2 = 2n \quad (18a)$$

これが成立すると仮定すると(17)式を
 $\omega^{pl+l+2} = \omega^{2n+l}$ で割って

$$-k_L F^{p+1}(R) = 2 \frac{\partial F(R)}{\partial R} + \frac{\partial^2 F(R)}{\partial R^2} \quad (19)$$

となって ω に依存しない正規化された式となる。

次に質量の総量を求める

(2) 式をもう一度書くと

$$c^2 = c_0^2 - k_c E^p \quad (2)$$

$\overline{c^2}$ を c^2 の平均とすると

$$\begin{aligned} \overline{c^2} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{2\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} c^2 dx dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{2\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} (c_0^2 - k_c E^p) dx dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega}{2\pi c_0} \int_0^{2\pi c_0} \left(c_0^2 - k_c f^p(r, \omega) \cos^p(\omega t) \cos^p\left(\frac{\omega}{c_0} x\right) \right) dx dt \\ &= c_0^2 - k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 f^p(r, \omega) \quad (20) \end{aligned}$$

$$\nabla^2 \overline{c^2} = -k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \nabla^2 f^p(r, \omega) \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \overline{c^2} &= -k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \left(\frac{2}{r} \frac{\partial f^p(r, \omega)}{\partial r} + \frac{\partial^2 f^p(r, \omega)}{\partial r^2} \right) \\ &= -k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \left(\frac{2\omega^n}{R} \omega^n \frac{\partial(\omega^{pl} F^{pl}(R))}{\partial R} + \omega^{2n} \frac{\partial^2(\omega^{pl} F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \\ &= -k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \left(\frac{2\omega^{2n+pl}}{R} \frac{\partial(F^{pl}(R))}{\partial R} + \omega^{2n+pl} \frac{\partial^2(F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \end{aligned}$$

(21)

m を質量とし

[付録 1] 「光速と質量の関係」 から

$$m = \frac{1}{16\pi G} \int_v \nabla^2 c^2 dv \quad (22)$$

とする

ただし dv は微小体積

(21) (22) より

$$m = \frac{1}{16\pi G} \int_v \nabla^2 c^2 dv = \frac{1}{16\pi G} \int_{R=0}^{\infty} \left(\nabla^2 \overline{c^2} \right) \pi r^2 dr \quad (22a)$$

$$m = -\frac{1}{16\pi G} k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2\omega^{2n+pl}}{R} \frac{\partial(F^{pl}(R))}{\partial R} + \omega^{2n+pl} \frac{\partial^2(F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \pi \frac{R^2}{\omega^{2n}} \frac{1}{\omega^n} dR$$

$$= -\frac{1}{16\pi G} k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \omega^{pl-n} \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial(F^{pl}(R))}{\partial R} + \frac{\partial^2(F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \pi R^2 dR$$

(23)

振動数が質量に比例するには

$$pl - n = 1 \quad (24)$$

が成立する必要がある。

これが成立すると仮定すると

ν を振動数とし

$$m = k_1 \omega = 2\pi k_1 \nu \quad (25)$$

ただし k_1 を定数とし

$$k_1 = -\frac{1}{16\pi G} k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial(F^{pl}(R))}{\partial R} + \frac{\partial^2(F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \pi R^2 dR$$

(26)

とする

条件をもう一度書くと

$$pl + 2 = 2n \quad (18a)$$

$$pl - n = 1 \quad (24)$$

2つの式より

$$n = 3 \quad (27)$$

$$pl = 4 \quad (28)$$

単純なケースとして P と l が正の整数である場合について検証してみることにする。

(9) (10) 式より

$$k_L = k_c \frac{1}{c_0^4} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^{p+2}(\theta) d\theta \right)^2 = k_c \frac{1}{c_0^4} \left(\frac{2(p+1)!!}{(p+2)!!} \right)^2 \quad (29)$$

$$\nabla^2 f(x, y, z) = -k_L \omega^2 f^{p+1}(x, y, z) = -k_c \frac{1}{c_0^4} \left(\frac{2(p+1)!!}{(p+2)!!} \right)^2 \omega^2 f^{p+1}(x, y, z)$$

(29a)

(25) (26) 式より

$$\begin{aligned} m = k_1 \omega = -k_m k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \omega \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial(F^{pl}(R))}{\partial R} + \frac{\partial^2(F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \pi R^2 dR \\ = -\frac{1}{16\pi G} k_c \left(\frac{(p-1)!!}{p!!} \right)^2 \omega \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial(F^{pl}(R))}{\partial R} + \frac{\partial^2(F^{pl}(R))}{\partial R^2} \right) \pi R^2 dR \end{aligned}$$

(30)

(28) より P が決定されれば l が決定するので P による各値の変化は表 1 のようになる。

<p>p を特定しない場合</p>	$pl = 4 \quad (28)$ $c^2 = c_0^2 - k_c E^p \quad (2)$ $r_0 = \frac{1}{\omega^n} = \frac{1}{\omega^3} \quad (11)$ $r_0 = \frac{1}{\omega^n} = \frac{1}{\omega^3} \quad (14)$
<p>$p = 1$ の場合</p>	$l = 4 \quad (31)$ $c^2 = c_0^2 - k_c E \quad (32)$ $r_0 = \frac{1}{\omega^3} \quad (33)$ $F(R) = \frac{f(r, \omega)}{\omega^4} \quad (34)$
<p>$p = 2$ の場合</p>	$l = 2 \quad (35)$ $c^2 = c_0^2 - k_c E^2 \quad (36)$ $r_0 = \frac{1}{\omega^3} \quad (37)$ $F(R) = \frac{f(r, \omega)}{\omega^2} \quad (38)$
<p>$p = 4$ の場合</p>	$l = 1 \quad (39)$ $c^2 = c_0^2 - k_c E^4 \quad (40)$ $r_0 = \frac{1}{\omega^3} \quad (41)$ $F(R) = \frac{f(r, \omega)}{\omega^1} \quad (42)$

表 1 p による各値の変化

ここで $f(r, \omega)$ の関数の形を検証してみる。

(10) より

$$\frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} = \int_0^r \frac{\partial^2 f(r, \omega)}{\partial r^2} dr + \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} \Big|_{r=0} = \int_0^r \left[\nabla^2 f(r, \omega) - \frac{2}{r} \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} \right] dr + \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} \Big|_{r=0}$$

$$= \int_0^r \left[-k_L \omega^2 f^{p+1}(x, y, z) - \frac{2}{r} \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} \right] dr + \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} \Big|_{r=0}$$

$$f(r, \omega) = \int_0^r \frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} dr + f(r, \omega) \Big|_{r=0}$$

となることから中心の初期値から外に向かって積分することで $f(r, \omega)$ を求めることが出来る。

$$f(r, \omega) \Big|_{r=0} = 1$$

$$\frac{\partial f(r, \omega)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$$

$$k_L = 1$$

と仮の値を代入し差分法により $f(r, \omega)$ を求め横軸 r として両対数グラフにした。

(図 1)

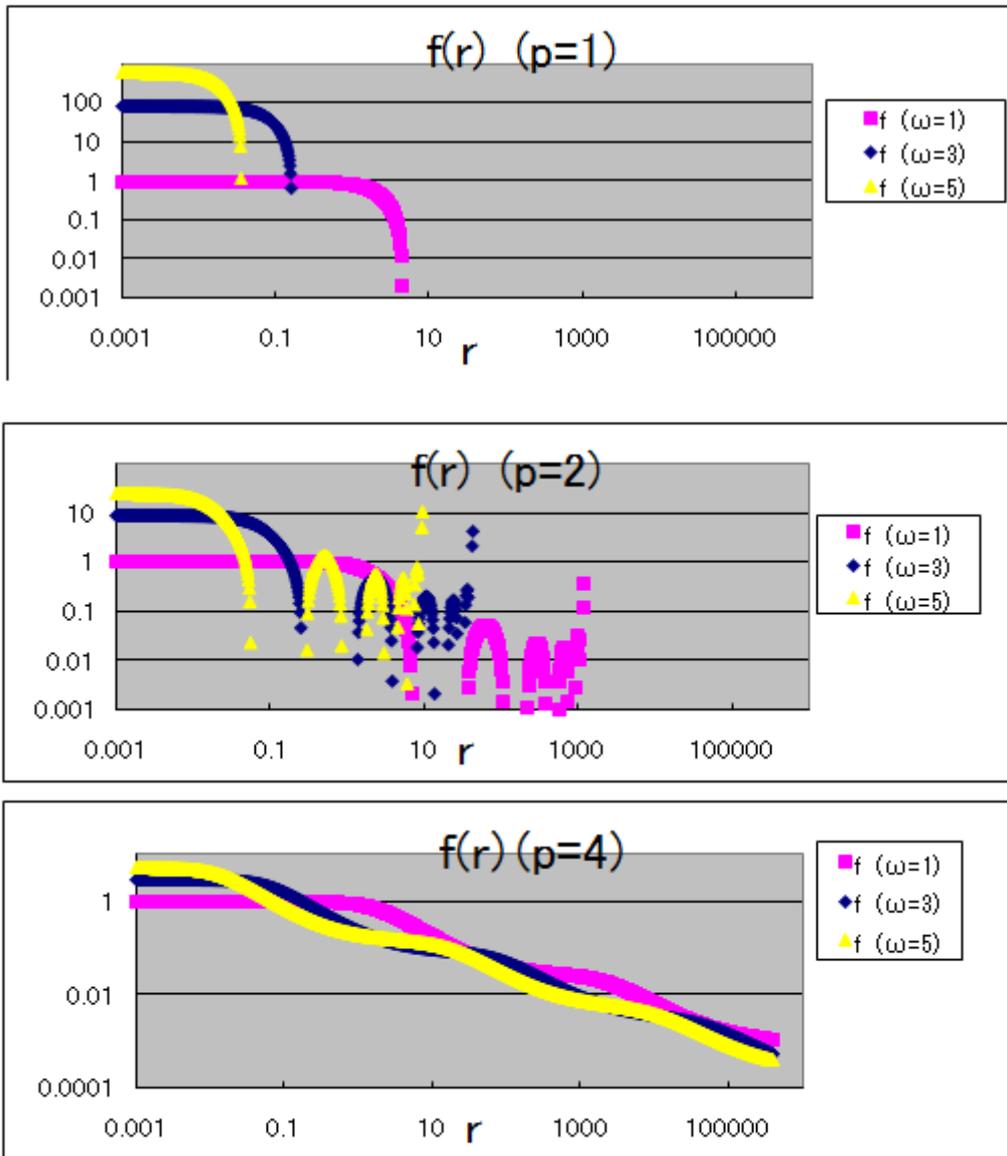


図1 $f(r, \omega)$ の両対数グラフ

$p=1$, $p=2$ では、 r の増大とともに $f(r, \omega)$ は発散したが $p=4$ では発散しなかった。

$k_c = 1$ とし $p=4$ $\omega=1$ の場合についてリニアスケールで関数の形を見てみると各値は収束している。(図2)

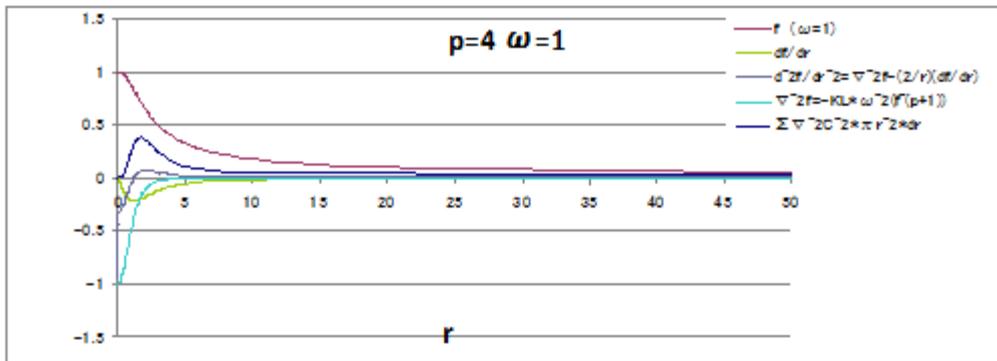


図2 各値のリニアスケールグラフ

今後は $p = 4$ を重点的に検証することとする。

$$p = 4 \quad (42a)$$

(42a) (20a) より

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{c}^2 &= -k_c \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^p(\theta) d\theta \right)^2 \nabla^2 f^p(r, \omega) \\ &= -k_c \left(\frac{(p-1)!!}{p!!} \right)^2 \nabla^2 f^p(r, \omega) \\ &= -k_c \left(\frac{9}{64} \right) \nabla^2 f^4(r, \omega) \quad (43) \end{aligned}$$

(29a) より

$$\nabla^2 f(x, y, z) = -k_c \frac{1}{c_0^4} \left(\frac{2(p+1)!!}{(p+2)!!} \right)^2 \omega^2 f^{p+1}(x, y, z) = -k_c \frac{1}{c_0^4} \frac{25}{64} \omega^2 f^{p+1}(x, y, z) \quad (44)$$

(30) より

$$\begin{aligned}
 m = k_1 \omega &= -\frac{1}{16\pi G} k_c \left(\frac{(p-1)!!}{p!!} \right)^2 \omega \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial(F^{p!}(R))}{\partial R} + \frac{\partial^2(F^{p!}(R))}{\partial R^2} \right) \pi R^2 dR \\
 &= -\frac{1}{16\pi G} k_c \frac{9}{64} \omega \int_{R=0}^{\infty} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial(F^4(R))}{\partial R} + \frac{\partial^2(F^4(R))}{\partial R^2} \right) \pi R^2 dR
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

p=4 について (42) より F(R) を求めた。(図 3)

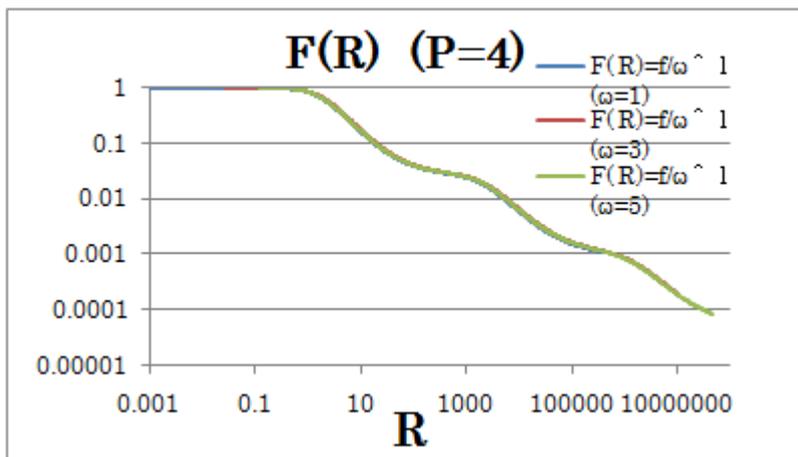


図 3 F(R)

ω が変化しても F(R) は変化しないことが確認され、正常に正規化されることが確認出来た。

(21) (22a)から質量 m を求めた。(図4)

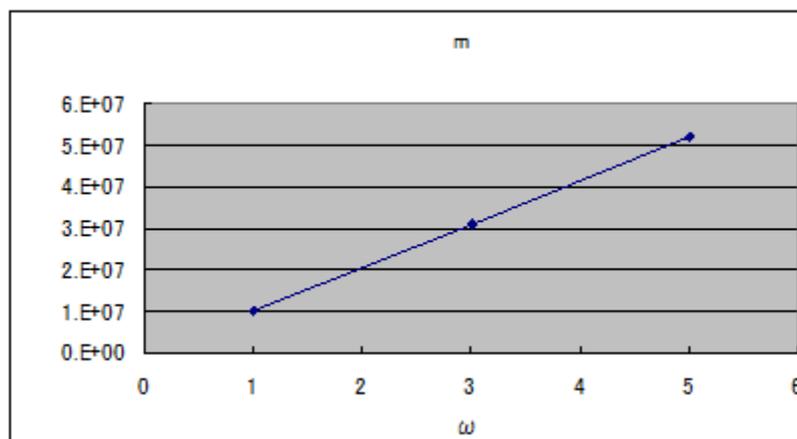


図4 角周波数 ω と質量 m の関係

ω によって直線的に変化することから質量が振動数に比例することが確認できた。

これにより量子力学と相対論の本質的な繋がりを解明できる可能性がある。