

光速と質量の関係

2012/11/10

長井鉄也

重力下で光が曲がることが観測されている。

質点 m から距離 b 離れて光が通過するときの光の曲がり角を φ とすると

一般相対論より

$$\varphi = \frac{4Gm}{bc^2} \quad (1)$$

ただし c は真空中の光速、 G は万有引力定数

一般相対論ではこの光の曲がり角は空間の歪みによるものと説明しているが空間の歪みの代わりに真空中の光速が場所によって変化していることでもこの光の曲がり角を説明できないだろうか？

そこで歪みのない時空座標を使って光が曲がることの説明を以下のように試みることにする。

c^2 のラプラシアンは質量に比例し、以下の関係を持つとする。

$$\int_v \nabla^2 c^2 dv = km \quad (2)$$

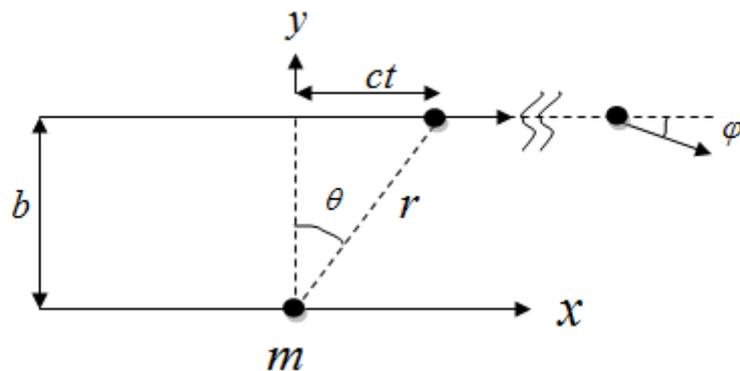
ただし k は定数、 c は真空中の光速

$$\text{grad}(c^2) = \nabla c^2 = \frac{\int_v \nabla^2 c^2 dv}{4\pi|r|^2} \frac{r}{|r|} = \frac{kmr}{4\pi|r|^3} \quad (3)$$

x を光の進行方向とし

光は y 軸上で距離 b だけ質点から離れたところを通るとする。

$r = [x, y]$ をベクトルとする。

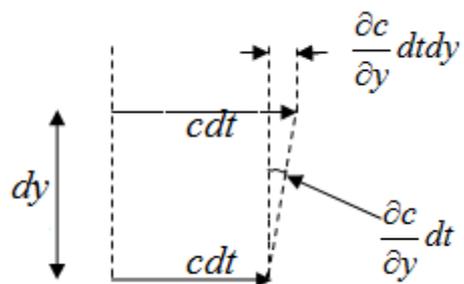


$$x = ct \quad (4)$$

$$|r| = \sqrt{b^2 + c^2 t^2} \quad (5)$$

θ を y 軸と r のなす角度とする。

$$\cos(\theta) = \frac{b}{|r|} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 t^2}} \quad (6)$$



$$\frac{\partial c^2}{\partial y} = 2c \frac{\partial c}{\partial y} = 2c_0 \frac{\partial c}{\partial y} \quad (7)$$

c_0 は真空中の光速の標準値 $|c_0 - c| \ll c_0$

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2c_0} \frac{\partial c^2}{\partial y} \quad (8)$$

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2c_0} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{1}{2c_0} \text{grad}(c^2) \cdot \frac{y}{|y|} = \frac{1}{2c_0} \frac{km}{4\pi|r|^2} \cos(\theta) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial c}{\partial y} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2c_0} \frac{km}{4\pi(b^2 + c^2 t^2)} \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2 t^2}} dt \\ &= \frac{1}{2c_0} \frac{km}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b}{(b^2 + c^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} dt = \frac{km}{4\pi b c_0^2} \end{aligned} \quad (10)$$

(1)(10)から

$$k = 16\pi G \quad (11)$$

(2)(11)から

$$\int_v \nabla^2 c^2 dv = 16\pi G m \quad (12)$$

となって c^2 のラプラシアン の総量は質量に比例することから光速と質量の間には一定の関係があると考えられる。

また光速と重力の関係についても(3)と(11)から

$$\text{grad}(c^2) = \frac{kmr}{4\pi|r|^3} = \frac{16\pi Gmr}{4\pi|r|^3} = \frac{4Gmr}{|r|^3} \quad (13)$$

万有引力の法則から g を重力加速度ベクトルとすると

$$g = -\frac{Gmr}{|r|^3} \quad (14)$$

(13)(14)より

$$\text{grad}(c^2) = -4g \quad (15)$$

となって c^2 の勾配は重力加速度の 4 倍で向きは逆となる。