非線形波動の一次元アニメーション

長井鉄也

2009年5月6日

$E(x,t)$ は位置 x 時間 t での電界の強さで電界の方向は x 方向に直交するとします。

電界を交流分と直流分の和と考えます。

$$E(x,t) = E_{DC}(x,t) + E_{AC}(x,t)$$

ただし
$E_{DC}(x,t)$：電界の直流分
$E_{AC}(x,t)$：電界の交流分
$t = 0 - \Delta t$ と $t = 0$ のときの初期値を

$$E_{DC}(x,t) = E_{DC0}cos(-\frac{2\pi x}{\lambda_{DC}})$$

$$E_{AC}(x,t) = E_{AC0}cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda_{AC}})$$

とします。ただし
Δt：計算の刻み時間
E_{DC0}：直流分の振幅
E_{AC0}：交流分の振幅
λ_{DC}：直流分の波数
λ_{AC}：交流分の波数
ω：交流分の周波数
$\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda_{AC}}$
$E(x,t)$ は次の波動方程式に従うとします。

$$\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 (E(x,t)) = c^2 \frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2}$$

ただし
c：光速
光速は $E(x,t)$ の関数とします。
E_1：光速の変曲点
c_0：光速の標準値
Δc：光速の変化量

$| E(x,t) | < E_1$ のとき $c = c_0$
$| E(x,t) | > E_1$ のとき $c = c_0 - \Delta c$
以上の式を差分法を使ってシミュレーションしました。
本当は $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda_{AC}}$ とすべきですが計算を簡略化するため
$\Delta c << c_0$ とみなして
$\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda_{AC}}$ としました。